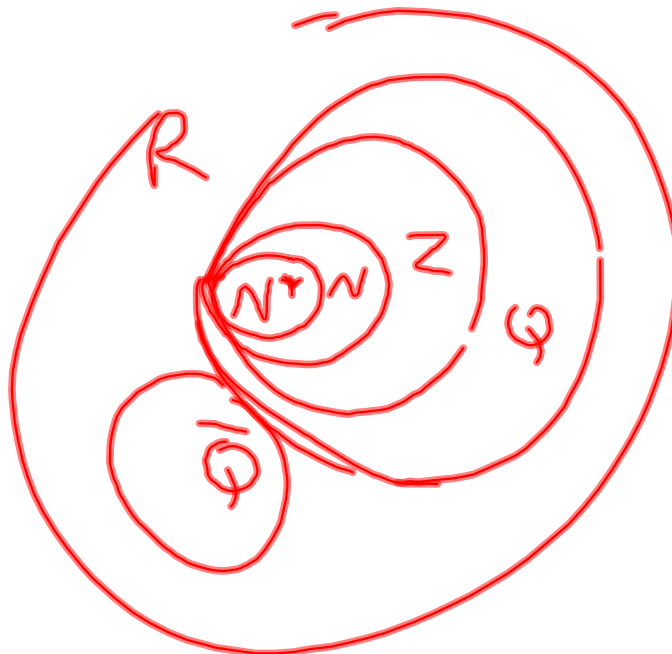


LES SYSTEMES NUMERIQUES

Nom	Symbole	Définition	Exemples:
Nombres naturels non nuls	\mathbb{N}^*	Les nombres entiers supérieurs à 0.	1, 2, 3, ...
Nombres naturels	\mathbb{N}	Les nombres entiers supérieurs ou égaux à 0.	0, 1, 2, 3, ...
Nombre entiers relatifs	\mathbb{Z}	Les nombres entiers positifs négatifs et zéro...	-2, -1, 0, 1, 2, ...
Nombres rationnels	\mathbb{Q}	Tous les nombres qui peuvent être représentés sous forme de fraction. }	-1/2, 0, 3/4, 0.6, 0.888...
Nombres irrationnels	$\bar{\mathbb{Q}}$	Tous les nombres qui ne peuvent pas être représentés sous forme de fraction.	$\sqrt{6}$, π 0.345209...
Nombres reels	\mathbb{R}	Tous les nombres naturels, entiers, entiers relatifs, rationnels et irrationnels.	2, 0, -4, 1/2, $\sqrt{6}$, 0,343434....
Nombres imaginaires	i $i = \sqrt{-1}$	La racine carrée d'un nombre négatif.	$\sqrt{-5} = 5i$



Nombre	\mathbb{N}^*	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	$\overline{\mathbb{Q}}$	\mathbb{R}
6	✓	✓	✓	✓	✗	✓
-3	✗	✗	✓	✓	✗	✓
0	✗	✓	✓	✓	✗	✓
$\frac{2}{5}$	✗	✗	✗	✓	✗	✓
$\sqrt{16}$	✓	✓	✓	✓	✗	✓
0,333...	✗	✗	✗	✓	✗	✓
-0,25	✗	✗	✗	✓	✗	✓
$\sqrt{8}$	✗	✗	✗	✗	✓	✓
$(-0,4)^2$						

NOMBRES RATIONNELS

Un nombre rationnel, Q, est n'importe quel nombre qui peut être représenté sous forme de fraction.

La définition d'un nombre rationnel est: $\left\{ x \in \mathbb{Q}, x = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ *est un élément de...*

Les exemples de nombres rationnels sont: -1, 5, 0, 0,6666..., et 0,35.

Chacun de ces nombres peut être écrit sous forme d'une fraction.

Ex. -1 = $\frac{-1}{1} = \frac{-25}{25} = \frac{-125}{125} = \frac{5}{-1}$

5 = $\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{25}{5}$

$1\frac{3}{4}$ = $\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4} = \frac{14}{8} = \frac{21}{12}$

0,6666... = $\frac{66}{100} = \frac{33}{50} = \frac{70}{100}$

0,35 = $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

Il y a trois façons d'écrire une fraction négative:

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

Il est préférable de ne **pas** laisser un négatif dans le dénominateur.

Vocabulaire:

1. Nombre fractionnaire un nombre entier et une fraction.

$$3\frac{2}{5}$$

2. Fraction irréductible: une fraction qui ne peut pas être réduite.

$$\frac{-13}{15}$$

3. Fraction impropre: une fraction où le numérateur est plus grand que le dénominateur.

$$\frac{10}{7}$$

4. Fractions Equivalentes: des fractions qui ont la même valeur.

$$\frac{-3}{7} = \frac{-6}{14}$$

CONVERTIR LES NOMBRES RATIONNELS

Ex.1. Change les fractions suivantes aux fractions impropres.

$$3\frac{2}{7}$$

Ex.2. Change les fractions suivantes en nombres fractionnaires.

$$\frac{-12}{7}$$

Ex. 3. Ecris trois fractions équivalentes à la fraction suivante.

$$\frac{-2}{5}$$

$$= \frac{-4}{10} = \frac{-6}{15} = \frac{-8}{20}$$

Ex. 4. Réduis la fraction suivante:

$$\frac{-6}{18}$$

COMPARER LES NOMBRES RATIONNELS

Parfois, on veut comparer les nombres rationnels pour voir quel nombre est le plus grand.

ex. J'ai reçu $\frac{7}{9}$ ième d'une pizza et mon ami a reçu $\frac{8}{11}$ ème d'une pizza. Qui a reçu le plus de pizza?

Hypothèse:

Preuve mathématique:

Si on veut comparer deux fractions, c'est plus facile si les dénominateurs sont les mêmes. Ensuite, on peut comparer les numérateurs

Ecris < or > dans l'espace. Il faut être capable de prouver ton choix.

a) $\frac{7}{9}$ $\frac{3}{4}$

b) $\frac{-2}{5}$ $\frac{-1}{3}$

c) $\frac{5}{-3}$ $\frac{-12}{7}$

d) $\frac{3}{-2}$ $\frac{-13}{8}$

e) $\frac{11}{-9}$ $\frac{5}{3}$

Parfois on doit comparer les nombres décimaux et les fractions. Dans cette situation, c'est mieux de convertir tous les nombres en nombres décimaux pour les comparer plus facilement.

Transformer les fractions en nombre décimaux

Il y a deux façons de transformer les fractions en nombres décimaux:

1) Si le dénominateur est un facteur ou un multiple de 10 ou 100, 1000, etc. on peut écrire une fraction équivalente avec un dénominateur de 10, 100, 1 000, etc. et ensuite on peut la changer sous forme décimale.

$$\text{Ex 1 : } \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35$$

$$\text{Ex 2 : } \frac{21}{25} = \frac{84}{100} = 0,84$$

2) On peut diviser le numérateur par le dénominateur (à la main ou avec la calculatrice)

$$\text{Ex 1 : } \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0,375$$

$$\text{Ex 2 : } \frac{4}{9}$$

$$\frac{4}{9} = 9 \overline{)4,000} = 0,4\bar{4}$$

,44
36
4

$$\text{Ex 3 : } \frac{7}{8}$$

$$\text{Ex 4 : } \frac{4}{15}$$

Transformer les nombres décimaux en fractions

Il y a deux types de nombres décimaux qui sont les nombres rationnels:

- Nombres décimaux finis
- Nombre décimaux périodiques

1) Nombres décimaux finis :

Pour transformer les nombres décimaux finis en fractions, il faut écrire le chiffre après la virgule sur la puissance de 10 appropriée.

Ex 1 : $0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

ex. 2: $0,21 = \frac{21}{100}$

ex. 3: $0,249 = \frac{249}{1000}$

Si le nombre décimal est plus grand que 1, on écrit la fraction sous forme d'un nombre fractionnaire.

ex. 4. $-3,23 = -3 \frac{23}{100}$

ex. 5 $-2,08 = -2 \frac{8}{100}$
 $= -2 \frac{2}{25}$

$\frac{1}{3} = 0,333\dots$
0,3

2) Nombres décimaux périodiques

Vocabulaire

Période : Les chiffres qui se répètent dans un nombre décimal périodique.

Ex 1 : Pour 0,33333... la période est 3 donc on écrit $0,3\overline{3}$

Ex 2 : Pour 0,5288888... la période est 8 donc on écrit $0,528\overline{8}$

Longueur de la période : Nombre de chiffres qui se répètent.

Ex : Pour 0,923 423 423 423... la longueur de la période est 3 car il y a trois chiffres qui se répètent (234).

On écrit $0,9\overline{234}$

Convertir les nombres décimaux périodiques en fractions.
Remplis le tableau suivant et essaie de trouver une régularité.

Fraction	Decimal
$\frac{1}{9}$	0,111...
$\frac{2}{9}$	0,222...
$\frac{5}{9}$	0,555...
$\frac{16}{99}$	0,1616....
$\frac{25}{99}$	0,2525...
$\frac{48}{99}$	0,4848...
$\frac{126}{199}$	0,126126...
$\frac{4}{90}$	0,0444...
$\frac{5}{900}$	0,005...
$\frac{34}{900}$	0,03777...
$\frac{24}{99}$	$0.\overline{24}$
5/900	$0,00\overline{5}$
35/990	$0,0\overline{35}$
1/99	$0.\overline{01}$

Quelle est la règle générale?

Le dénominateur de la fraction a le même nombre de 9 que le nombre de chiffres qui se répètent. Le nombre de zéros dans le dénominateur égale le nombre de chiffres qui ne se répètent pas. Le numérateur est la période.

ex. Convertis les nombres décimaux suivants en fractions.

$$0.\overline{23} =$$

$$0.0\overline{6} =$$

$$0.\overline{145} =$$

$$0.0\overline{72} =$$

$$0.0\overline{21} =$$